***Вариант 1 (профильный уровень)***

1. Конус получается при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника вокруг катета, равного 6. Найдите его объем, деленный на 

**Решение.**

Треугольник *ABC* — так же равнобедренный, т. к. углы при основании Тогда радиус основания равен 6, а для объема конуса, деленного на имеем::

 Ответ: 72.

1. Найдите объем части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите 

 **Решение.**

Объем данной части конуса равен

 Ответ: 216.

1. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его объем увеличится на 19. Найдите ребро куба.

**Решение.**

Объем куба с ребром равен Увеличение объема равно 19:



Решим уравнение: 

Тем самым,  Ответ: 2.

1. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки , , , прямоугольного параллелепипеда , у которого , , 



Основанием пирамиды, объем которой нужно найти, является половина боковой грани пареллелепипеда, а высотой пирамиды является ребро параллелепипеда Поэтому

 Ответ: 10.

1. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в см.



**Решение.**

Объем призмы равен произведению площади ее основания на высоту и выражается через сторону основания *а* и высоту *Н* формулой Поэтому , а значит, при увеличении стороны *а* в 4 раза знаменатель увеличится в 16 раз, то есть высота уменьшится в 16 раз и будет равна 5 см. Ответ: 5.

1. Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём этой призмы, если объём отсеченной треугольной призмы равен 5.



**Решение.**

Площадь основания отсеченной части меньше площади основания всей призмы в 4 раза (так как и высота и основание треугольника уменьшились в 2 раза). Высоты обеих частей призмы одинаковы, поэтому объем отсеченной части в 4 раза меньше объема целой призмы. Тем самым, он равен 20.

 Ответ: 20.

1. Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60°. Высота пирамиды равна 6. Найдите объем пирамиды.



**Решение.**

Поскольку боковые грани *SAB*, *SDC* и *SBC* наклонены к основани. под углом 60°, углы *A* и *D* в треугольнике *ASD* и угол *G* в треугольнике *SGH* равны 60°.

Поэтому треугольник *ASD* — равносторонний, а его сторона связана с высотой формулой откуда 

Из прямоугольного треугольника *SHG* находим:



Поскольку *ABCD* — прямоугольник, его площадь равна произведения сторон:



Осталось найти объём пирамиды:

 Ответ: 48.

1. В цилиндрический сосуд налили 6 куб. см воды. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде увеличился в 1,5 раза. Найдите объём детали. Ответ выразите в куб. см.

**Решение.**

Объем детали равен объему вытесненной ею жидкости. Объем вытесненной жидкости равен 1/2 исходного объема, поэтому объем детали равен 3 куб. см. Ответ: 3.

1. Найдите объем части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите 



Объем данной фигуры равен сумме объемов цилиндра с радиусом основания 2 и высотой 3 и половины цилиндра с тем же радиусом основания и высотой 1:

 Ответ: 14.

1. Во сколько раз объем конуса, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, больше объема конуса, вписанного в эту пирамиду?



Объемы данных конусов соотносятся как площади их оснований, и, следовательно, как квадраты их диаметров. Диаметр вписанного конуса равен стороне квадрата, диаметр описанного — диагонали квадрата, длина которой равна   длины стороны. Поэтому объем описанного конуса в 2 раза больше объема вписанного. Ответ: 2.

1. Около куба с ребром  описан шар. Найдите объем этого шара, деленный на 

Пусть длина ребра куба равна *а*, а его диагональ равна *d*. Радиус описанного шара *R* равен половине диагонали куба:



Поэтому объем шара равен



Тогда

 Ответ: 4,5.

1. Середина ребра куба со стороной 1,9 является центром шара радиуса 0,95. Найдите площадь части поверхности шара, лежащей внутри куба. В ответе запишите 



**Решение.**

Так как середина ребер куба является центром сферы, диаметр которой равен ребру куба, в кубе содержится 1/4 сферы и, соответственно, 1/4 ее поверхности. Имеем:

 Ответ: 0,9025.

***Вариант 2 (базовый уровень)***

1. Объем куба равен 8. Най­ди­те площадь его поверхности.

Площадь по­верх­но­сти куба вы­ра­жа­ет­ся через его ребро как , а объем — как . От­сю­да видно, что пло­щадь поверхности куба вы­ра­жа­ет­ся через его объем как . От­сю­да находим, что

.Ответ: 24.

1. Объем куба равен . Най­ди­те его диагональ.

Если ребро куба равно , то его объем и диа­го­наль даются фор­му­ла­ми и Следовательно,



Тогда диа­го­наль равна 6. Ответ: 6.

1. Най­ди­те объем многогранника, изоб­ра­жен­но­го на ри­сун­ке (все дву­гран­ные углы прямые).



Объем дан­но­го мно­го­гран­ни­ка равен раз­но­сти объ­е­мов па­рал­ле­ле­пи­пе­дов со сто­ро­на­ми 5, 2, 4 и 1, 2, 2:

. Ответ: 36.

1. В сосуд, име­ю­щий форму пра­виль­ной тре­уголь­ной призмы, на­ли­ли воду. Уро­вень воды до­сти­га­ет 80 см. На какой вы­со­те будет на­хо­дить­ся уро­вень воды, если ее пе­ре­лить в дру­гой такой же сосуд, у ко­то­ро­го сто­ро­на ос­но­ва­ния в 4 раза больше, чем у первого? Ответ вы­ра­зи­те в см.



Объем приз­мы равен про­из­ве­де­нию пло­ща­ди ее ос­но­ва­ния на вы­со­ту и вы­ра­жа­ет­ся через сто­ро­ну

ос­но­ва­ния *а* и вы­со­ту *Н* фор­му­лой . По­это­му , а значит, при уве­ли­че­нии сто­ро­ны *а* в 4 раза зна­ме­на­тель уве­ли­чит­ся в 16 раз, то есть вы­со­та умень­шит­ся в 16 раз и будет равна 5 см. Ответ: 5.

5 Через сред­нюю линию ос­но­ва­ния треугольной призмы, объем ко­то­рой равен 32, про­ве­де­на плоскость, па­рал­лель­ная боковому ребру. Най­ди­те объем от­се­чен­ной треугольной призмы.



Площадь ос­но­ва­ния отсеченной части мень­ше площади ос­но­ва­ния всей приз­мы в 4 раза (так как и вы­со­та и ос­но­ва­ние треугольника умень­ши­лись в 2 раза). Вы­со­та осталась прежней, следовательно, объем умень­шил­ся в 4 раза. Ответ: 8.

1. От тре­уголь­ной пирамиды, объем ко­то­рой равен 12, от­се­че­на треугольная пи­ра­ми­да плоскостью, про­хо­дя­щей через вер­ши­ну пирамиды и сред­нюю линию основания. Най­ди­те объем от­се­чен­ной треугольной пирамиды.

Объем пи­ра­ми­ды . Пло­щадь основания от­се­чен­ной части мень­ше в 4 раза (так как вы­со­та и сто­ро­на треугольника в ос­но­ва­нии меньше ис­ход­ных в 2 раза), по­это­му и объем остав­шей­ся части мень­ше в 4 раза. Тем самым, он равен 3. Ответ: 3.

1. Одна ци­лин­дри­че­ская круж­ка вдвое выше второй, зато вто­рая в пол­то­ра раза шире. Най­ди­те от­но­ше­ние объ­е­ма вто­рой круж­ки к объ­е­му первой.



Обозначим пло­щадь и вы­со­ту вто­рой круж­ки за и . Тогда объем пер­вой кружки

.

Тогда .Ответ: 1,125.

1. В сосуде, име­ю­щем форму конуса, уро­вень жидкости до­сти­га­ет высоты. Объём жид­ко­сти равен 70 мл. Сколь­ко миллилитров жид­ко­сти нужно долить, чтобы пол­но­стью наполнить сосуд?



Меньший конус по­до­бен большему с ко­эф­фи­ци­ен­том 0,5. Объ­е­мы подобных тел от­но­сят­ся как куб ко­эф­фи­ци­ен­та подобия. По­это­му объем боль­ше­го конуса в 8 раз боль­ше объема мень­ше­го конуса, он равен 560 мл. Следовательно, не­об­хо­ди­мо долить 560 − 70 = 490 мл жидкости. Ответ: 490.

1. Однородный шар диа­мет­ром 3 см имеет массу 162 грамма. Чему равна масса шара, из­го­тов­лен­но­го из того же материала, с диа­мет­ром 2 см? Ответ дайте в граммах.



Масса шара прямо про­пор­ци­о­наль­на его объёму. Объёмы шаров от­но­сят­ся как кубы их радиусов:



 Следовательно, масса второго, мень­ше­го шара равна грамм. Ответ: 48.

1. Цилиндр опи­сан около шара. Объем шара равен 24. Най­ди­те объем цилиндра.

Объем ци­лин­дра равен про­из­ве­де­нию площади ос­но­ва­ния ны высоту. Пло­щадь основания ци­лин­дра равна пло­ща­ди большого круга впи­сан­но­го шара, а вы­со­та цилиндра равна диа­мет­ру вписанного шара. Поэтому

 Ответ: 36.

1. Объем пря­мо­уголь­но­го параллелепипеда, опи­сан­но­го около сферы, равен 216. Най­ди­те радиус сферы.

Прямоугольный параллелепипед, опи­сан­ный вокруг сферы, яв­ля­ет­ся кубом. Тогда длина его ребра .

Ра­ди­ус сферы равен по­ло­ви­не длины ребра . Ответ: 3.